

“É DE MAIS OU DE MENOS?” PRINCÍPIOS E ORIENTAÇÕES DIDÁTICAS SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

"IS IT MORE OR LESS?" PRINCIPLES AND DIDACTIC GUIDELINES ABOUT THE RESOLUTION OF PROBLEMS IN MATHEMATICS TEACHING

"ES DE MÁS O DE MENOS?" PRINCIPIOS Y ORIENTACIONES DIDÁCTICAS SOBRE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Caroline Verza de Carvalho França¹
Luciana Figueiredo Lacanallo Arrais²

Resumo: Este artigo tem como objetivo apresentar princípios e orientações didáticas para a Resolução de Problemas (RP) no ensino da Matemática, não entendendo-a como um processo linear, mas sim com diferentes níveis de compreensão e complexidade. O trabalho originou-se de um Projeto de Iniciação Científica e de um Trabalho de Conclusão de Curso de Pedagogia, realizado entre 2017-2018, na Universidade Estadual de Maringá. Com este trabalho, esperamos contribuir para as pesquisas sobre a organização do ensino da Matemática, por meio da RP enquanto metodologia de ensino capaz de evidenciar o papel da escola e do professor no processo de formação humana.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Ensino da Matemática. Princípios e Orientações Didáticas.

Abstract: This article is aimed to present principles and didactic guidelines for Problem Solving (RP) in the teaching of Mathematics, not understanding it as a linear process, but with different levels of understanding and complexity. The work originated from a Project of Scientific Initiation and a Conclusion Work of Pedagogy Course conducted between 2017-2018, at the State University of Maringá. Through this work, we hope to contribute to the research on the organization of mathematics teaching, through RP, as a teaching methodology, capable of evidencing the role of the school and the teacher in the process of formation of man.

Keywords: Problem Solving. Teaching of Mathematics. Didactic principles and guideline.

Resumen: El objetivo de este artículo es presentar principios y pautas didácticas para la resolución de problemas (RP) en la enseñanza de las matemáticas, no entendiéndolo como un proceso lineal, sino con diferentes niveles de comprensión y complejidad. El trabajo se originó en un Proyecto de Iniciación Científica y un Curso de Conclusión sobre Pedagogía realizado entre 2017-2018, en la Universidad Estatal de Maringá. A través de este trabajo, esperamos contribuir a la investigación sobre la organización de la enseñanza de las matemáticas, a través de la RP, como metodología de enseñanza, capaz de evidenciar el papel de la escuela y el maestro en el proceso de formación del hombre.

Palabras-clave: Resolución de problemas. Enseñanza de las matemáticas. Principios y orientaciones didácticas.

Envio 15/02/2019

Revisão 15/02/2019

Aceite 23/09/2019

¹ Graduada em Pedagogia. Universidade Estadual de Maringá. E-mail: caroline_franca@hotmail.com.

² Profa. Dra. Do Departamento Teoria e Prática da Educação. Universidade Estadual de Maringá. E-mail: llacanallo@hotmail.com.

Introdução

A presente pesquisa originou-se de um Projeto de Iniciação Científica realizado nos anos de 2017-2018, no curso de Pedagogia da Universidade Estadual de Maringá. A pesquisa buscou, por meio de um estudo bibliográfico, apontar a importância de George Polya (1995), o primeiro matemático a trabalhar de modo sistematizado com a Resolução de Problemas (RP) no ensino.

O interesse pela temática ampliou-se durante minhas vivências no estágio obrigatório no Curso de Pedagogia e como bolsista no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) – Foco Matemática. Nessas oportunidades, me deparei com muitas situações de ensino envolvendo a RP. A pergunta frequentemente feita por alunos em sala de aula “Professora, esse problema é de mais ou de menos?” intensificou meu interesse em buscar referências para melhor entender e trabalhar com a RP.

A pergunta repetida em diversas aulas de Matemática, levou-me a refletir sobre a necessidade dos alunos de encontrar sentido e significado no momento de resolverem os problemas propostos pelo professor. Ao perguntar qual operação matemática deveria ser realizada, percebemos que o foco dos alunos estava no ato de reproduzir o que lhes era ensinado, e não em buscar descobrir possíveis soluções a serem empregadas.

A questão feita pelos alunos com os quais tive contato não representa um caso isolado, mas sim algo que muitos outros já perceberam em situações semelhantes, pois, como Rodrigues, Santos e Souza (2016) afirmam, durante muito tempo, no contexto tradicional, a Matemática foi vista como um conjunto de operações e reproduções mecânicas e repetitivas. Afinal, quem não se lembra das listas de exercícios que deveriam ser resolvidos de forma repetitiva, com caminhos prontos, que muitas vezes não exigiam operações mentais essenciais ao homem como planejar, analisar, sintetizar e generalizar? Quantas vezes, para resolver um problema, não buscávamos identificar uma palavra que indicasse a operação: ganhou, perdeu, repartiu?

Estudos da Didática, Psicologia e Pedagogia apontam a necessidade de que esses encaminhamentos sejam revistos a fim de que o desenvolvimento psíquico dos alunos possa ser promovido na escola. Em busca de promover esse desenvolvimento nas aulas de Matemática, evidenciou-se a necessidade de se investigar a RP, já que ela vem sendo apontada por pesquisadores (Polya, 1995; Bailieiro, 2004; Onuchic, 2013; Moisés, 1999; Vygotsky, Luria e

Leontiev, 2016; Rubtsov, 1996) e nos documentos oficiais (PCN, 1997; Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica, 2013; Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná para a Matemática, 2008) como essencial para esse processo.

A necessidade de resolver problemas acompanha o ser humano desde os tempos mais antigos até os dias atuais, e para supri-la tornou-se essencial elaborar estratégias e soluções, para que a sobrevivência do homem fosse assegurada. Com isso, o homem é colocado em movimento e com ele ocorre o desenvolvimento de suas funções mentais superiores.

É preciso destacar que a necessidade que acompanha o homem durante a história e ao longo de sua vida não é a mesma no ambiente escolar, principalmente quando se trata da Matemática. Os alunos do Ensino Fundamental se deparam com inúmeros problemas para solucionarem, o que não garante, muitas vezes, a apropriação dos conteúdos. Provavelmente isso ocorre porque esses alunos, ao resolverem um problema, não reconhecem a necessidade e motivação presentes em tal ação.

Desse modo, o objetivo desse trabalho é apresentar princípios e orientações didáticas para a Resolução de Problemas no ensino da Matemática. Para isso, nossa pesquisa tem como pergunta norteadora: como o professor pode conduzir o trabalho com a RP rompendo a maneira tradicional que ainda hoje pode ser evidenciada em sala de aula?

Para responder a essa questão, primeiro realizamos um levantamento bibliográfico de trabalhos que abordam a RP como um método de ensino na Matemática. Na sequência, caracterizamos e contextualizamos o método de Resolução de Problemas, identificando as primeiras discussões sobre o método e suas contribuições para o ensino da Matemática. Por fim, pautados pela Teoria Histórico-Cultural, apresentamos princípios e orientações didáticas para o ensino de RP.

Frente a essas considerações, este trabalho pretende contribuir para o debate em torno da utilização da RP nas aulas de Matemática, de maneira a afirmar a relevância dessa metodologia no ensino escolar e na formação omnilateral do homem na escola.

A Resolução de Problemas: localizando a temática

A preocupação com a RP como um método de ensino não é recente, ela surgiu com George Polya (1995) na década de 1970. O matemático elaborou fases para conduzir o trabalho em sala de aula com o aluno. Segundo Moisés (1999), a RP se constituiu como forma de

combate ao formalismo lógico-matemático, decorrente da necessidade de formação de um novo homem capaz de resolver os problemas surgidos com as mudanças sociais.

Por meio de um levantamento bibliográfico, realizado durante o primeiro semestre de 2018 no Portal de Periódicos da Capes e no Google Acadêmico, sobre o método de resolução proposto por Polya, constatamos algumas questões relevantes em torno dessa temática. Empregamos em nossa pesquisa as palavras-chaves *George Polya* e *Resolução de Problemas* e localizamos artigos e dissertações dos últimos sete anos (de 2012 a 2018) sobre o tema.

No Portal de Periódicos da Capes foram encontrados 12 trabalhos, mas somente 10 estavam disponíveis para acesso. Classificamos os trabalhos por ano e origem, buscando identificar aqueles que faziam referência apenas ao nome do matemático e aqueles que aprofundavam o tema apresentando o nome e o método da RP elaborado por Polya (Quadro 1).

Quadro 1: Produções científicas encontradas no Portal de Periódicos da Capes.

Título do Trabalho	Ano	Origem	Referência apenas ao nome	Referência ao método da RP
O ensino de Matemática por meio da Resolução de Problemas: metanálise de propostas nos 6 e 7 anos do Ensino Fundamental	2018	Artigo	X	
Um delineamento dos artigos em resolução de problemas no Brasil a partir de periódicos	2016	Artigo	X	
Resolução de Problemas na formação inicial de professores de Matemática	2016	Artigo	X	
Movimentos de Teorizações em Educação Matemática	2016	Artigo	X	
Criatividade, empatia e imaginação em Vigotski e a Resolução de Problemas em Matemática	2015	Artigo	X	
Características da Função Quadrática e a Metodologia de Resolução de Problemas	2015	Dissertação		X
Os blocos de conteúdos dos Parâmetros Curriculares	2014	Artigo	X	

Nacionais: possibilidades através da Resolução de Problemas				
A Resolução de Problemas em ciências com equações diferenciais ordinárias de 1ª e 2ª ordem usando análise gráfica	2014	Artigo	X	
Saberes docentes e educação estatística: composições analíticas no ensino médio	2012	Artigo	X	
Historia y rigor en una iniciación al cálculo: una experiencia cubana	2011	Artigo	X	
Total			9	1

Fonte: Portal da Capes/2018.

81

Dos trabalhos localizados, um é uma dissertação e os demais são decorrentes de projetos de pesquisa publicados em periódicos específicos de Educação Matemática e de Ciências. Nove dos 10 trabalhos encontrados não aprofundam o estudo sobre o método, fazem apenas uma breve referência a Polya como o pai da RP. Somente um (1) dos trabalhos localizados apresenta as fases da RP, explicando o método apresentado pelo matemático como base para estudo, aprofundando as fases e princípios.

Pesquisamos as mesmas palavras-chaves no Google Acadêmico e encontramos aproximadamente 1.260 trabalhos sobre a temática. Identificamos tanto trabalhos que apresentavam a RP e Polya (1995) de forma breve (referência ao nome no corpo do texto), quanto trabalhos que apresentavam a temática de forma detalhada (referência no título e/ou no resumo do trabalho e durante as explicações). Dentre os trabalhos que citavam a RP e Polya (1995), 97 realizaram discussões de forma detalhada, aprofundando os estudos sobre o método.

A pesquisa nos bancos de dados evidenciou um número considerável de trabalhos que citam George Polya, mas de forma breve e sem aprofundar ou o relacionar com o ensino atual da Matemática. Poucos trabalhos apresentam discussões mais aprofundadas sobre o matemático e sua proposta de RP ou os relacionam com alguma teoria pedagógica. O que pode explicar esse

fato? Até que ponto os trabalhos e pesquisas sobre a RP podem auxiliar no ensino da Matemática na escola de hoje, revertendo a lógica de ensino tradicional?

Acreditamos que pensar e conhecer o método da RP proposto por Polya (1995) é uma possibilidade para o ensino da Matemática por ele apresentar uma concepção de aprendizagem capaz de impulsionar o desenvolvimento de ações mentais por meio da descoberta e não unicamente da aplicação de operações aritméticas e da repetição.

Ao pensarmos na RP em seu contexto histórico-cultural, evidenciamos a ideia de Moisés (1999), de que toda ação educativa precisa ser decorrente de reflexão, e essa reflexão relaciona-se diretamente com o homem ao qual se quer ensinar, sua história e sua maneira de se desenvolver. A educação só é efetiva quando ocorre de modo problemático, ou seja, de modo que o homem seja colocado em movimento e em atividade na construção do conhecimento.

Para o autor, isso é possível por meio de conflitos sociais e políticos estabelecidos na vida em sociedade, a qual reflete diretamente no homem que se forma e no papel social que ocupa. Portanto, é necessária a

82

[...] compreensão do homem como agente do processo histórico, como criador das condições de vida da sociedade, como criador de sua própria humanidade, para o estabelecimento de um “novo conteúdo”. No nosso modo de ver, isso passa por uma reflexão sobre um tema bastante em voga: a resolução de problemas (Moisés, 1999, p. 24).

Essa reflexão evidencia a possibilidade de envolver o homem, como aprendiz, em situações problemáticas que desencadeiam o desenvolvimento de ações mentais de estratégia e análise que serão úteis em diversas outras situações cotidianas. Assim, o fazer pedagógico é envolto pela realidade social e suas crises – reflexo de transições qualitativas na sociedade –, porque nessas condições há a construção e a reflexão sobre o papel e lugar que o homem ocupa no mundo que se forma.

Por isso, o capítulo seguinte expõe uma breve contextualização e retomada histórica acerca do ensino da Matemática e da RP na educação escolar, bem como seu papel na sociedade.

Resolução de Problemas e o ensino da Matemática

O ensino está envolto pelas questões sociais e históricas, portanto, se torna necessário compreender as implicações e o contexto no qual a RP e a Matemática estão inseridos. Até a década de 1970, segundo Rodrigues, Santos e Souza (2016), a Resolução de Problemas era vista como uma técnica, que deveria ser ensinada aos alunos para que resolvessem listas de exercícios de forma repetitiva e mecânica. Caraça (1984 apud Moisés, 1999) destaca que a Matemática era vista, nesse período, como uma ciência à parte, desligada da realidade, sem sentido e relação com as necessidades sociais e humanas.

Moisés (1999) discute o processo de mudança das propostas pedagógicas, ligado à automatização do trabalho feito pelo homem, que gera a necessidade de formação de um sujeito que utilize sua força de trabalho de maneira inovadora, capaz de resolver os novos problemas sociais.

Onuchic (2013) afirma que, até recentemente, a RP era estreitamente relacionada a uma técnica específica de resolução. Isso mudou, segundo Moisés (1999), quando a possibilidade de a Educação Matemática ser compreendida como parte de um projeto pedagógico, político, metodológico, antropológico e epistemológico começou a ser reconhecida. Com isso, foi possível conceber a Matemática como ferramenta de transformação social e a RP como um método que auxilia esse ensino, de forma a expandir o desenvolvimento e a encontrar soluções para problemas atuais.

83

A relevância dos conteúdos é dada na utilidade social do conceito matemático, uma vez que se propõe a tratar de problemas referentes ao cotidiano buscando desenvolver competências básicas necessárias ao cidadão (Moisés, 1999, p. 58).

Foi a partir das discussões de Polya (1995), que a RP começou a ser vista como uma metodologia de ensino, capaz de despertar no aluno o interesse pelo conhecimento, levando-o a elaborar estratégias e descobertas, e não apenas como a utilização e aplicação de fórmulas e técnicas. Para Moisés (1999), a Matemática teve reconhecido seu papel no processo de formação da racionalidade humana.

Com a generalização da máquina no processo de produção da vida, passa a prevalecer uma explicação também mecânica do cosmos, da

vida e da mente humana. Em particular, esse caráter social da aplicação da tecnologia e da ciência imporia ao sistema educacional o objetivo de formador de mão de obra, desde semiespecializada até a formação de cientistas (Moisés, 1999, p. 37).

Nesse sentido, conhecer as ideias e proposta do primeiro matemático a sistematizar a RP é essencial para a compreensão e a busca de orientações para conduzir o trabalho em sala de aula. Com o objetivo de estruturar a RP enquanto uma metodologia, apresentamos a seguir o método de RP de Polya (1995), as fases e as indagações sugeridas, a fim de buscarmos mais instrumentos para trabalhá-la nas aulas de Matemática.

Resolução de Problemas e George Polya: primeiras discussões

Polya (1995) afirma que resolver um problema é encontrar caminhos para contornar obstáculos e dificuldades. Por isso, o autor entende a RP não apenas como um conjunto de caráter instrumental e técnico, com aplicação de fórmulas e algoritmos, mas como “uma **habilitação prática** como, digamos, o é a natação” (Polya, 1995, p.3, *grifo nosso*). Verificando outras traduções feitas para mesma obra, o termo destacado é descrito também como “arte”; mas por que essa diferença? Será que habilidade e arte podem ser entendidas como sinônimos? Sendo a Matemática historicamente considerada uma ciência exata, como pode ser comparada à arte?

Em busca de respostas para essas questões, consultamos a versão original em inglês (*How to Solve It, 1957*) da mesma afirmação: “*Solving problems is a **practical skill** like, let us say, swimming*” (p. 4, *grifo nosso*). O termo grifado pode ser traduzido, em língua portuguesa, como habilidade prática. Então, por que o título do livro é a arte e não habilidade?

Recorremos ao dicionário para descobrir o significado da palavra arte. Arte é: “capacidade humana de criação e sua utilização com vistas a certo resultado, obtido por diferentes meios [...] habilidade; engenho [...]” (Ferreira, 2010, p. 68). A partir do significado constatamos que a arte expressa suas produções por diferentes meios, não há apenas uma maneira de se fazer arte. Entendemos que, independentemente de estilos ou formas de expressão, para se manifestar a arte exige certa habilidade e destreza do próprio artista, sendo, portanto, uma síntese de habilidades e possibilidades. Relacionando esse entendimento com o

título da obra de Polya (1995), podemos entender que a habilidade de resolver problemas é, conseqüentemente, uma arte.

Ao consultarmos o *Dicionário Etimológico* constatamos que a palavra arte tem origem no latim *ars*, que significa “técnica” ou “*habilidade* natural ou adquirida”, sendo sua origem relacionada com habilidade. Com isso, a ideia da RP como arte emerge no trabalho de George Polya, a arte da descoberta, pois o autor defende que os estudantes devem fazer suas próprias descobertas em busca de soluções para seus desafios.

Deste modo, ao associar a ideia de arte e/ou habilidade à Resolução de Problemas, Polya (1978) faz uma associação com outras atividades que também exigem habilidades:

Resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática. [...] se você quer aprender a nadar você tem de ir à água e se você quer se tornar um bom “resolvedor de problemas”, tem que resolver problemas (Polya, 1978, p. 65).

É preciso destacar o fato de um matemático ter afirmado que resolver um problema é como saber nadar, isto porque as décadas de 1970 e 1980 foram marcadas por grandes mudanças no âmbito político e social, e as reformas educacionais passaram a se pautar pelas ideias de racionalismo, organização e eficiência defendidas pela tendência tecnicista. Segundo Fiorentini (1995), essa tendência tinha por objetivo inserir a escola nos modelos de racionalização do sistema de produção capitalista, priorizando a formação técnica, e não o saber científico e crítico.

O tecnicismo [...] procura reduzir a Matemática a um conjunto de técnicas, regras e algoritmos, sem grande preocupação em fundamentá-los ou justificá-los [...] procura enfatizar o fazer em detrimento de outros aspectos importantes como o compreender, o refletir, o analisar e o justificar/provar (Fiorentini, 1995, p. 17).

De acordo com o autor, essa concepção visava os aspectos matemáticos de fórmulas, estruturas, definições; priorizava-se o uso correto dos símbolos e a precisão, deixando à parte o significado e os “processos que os produzem” (Fiorentini, 1995, p. 16). Em síntese, “a finalidade do ensino da Matemática na tendência tecnicista, portanto, seria a de desenvolver habilidades e atitudes computacionais e manipulativas” (ibidem, p. 17).

Diante desse contexto, Polya (1995) afirmou que a Matemática pode ser entendida não como uma ciência pronta e acabada, mas sim a ser descoberta, investigada, experimentada, repleta de correções, indagações, reformulações e invenções, ou seja, a ser construída.

Regras de descoberta infalíveis, que levem à resolução de todos os problemas matemáticos, seriam mais preciosos do que a pedra filosofal, em vão procurada pelos alquimistas. Tais regras fariam milagres, mas não há milagres. Encontrar regras infalíveis a toda sorte de problemas é um velho sonho filosófico, que nunca passará de sonho (Polya, 1995, p. 93).

A Matemática e a RP encontram-se sempre em movimento de descoberta e de experimentação, tanto para correção quanto para comprovação de ideias e teorias. Porém, essa concepção estava em contraposição ao contexto social da época dos escritos de Polya.

Para o autor, o professor que deseja desenvolver em seus alunos a habilidade de resolver problemas deve produzir na mente deles um interesse pelos problemas e proporciona-lhes oportunidades de imitar e praticar, assim como um professor de natação o faz com seus alunos. É por meio da repetição que se evidencia o que ainda não foi descoberto e aprendido, e, dessa forma, se torna possível o questionamento sobre como alcançar o objetivo – seja a resolução de um problema ou nadar – buscando novas formas de execução.

Pela repetição da indagação, [o aluno] poderá chegar à ideia certa. Com tal sucesso, ele descobrirá a maneira correta de utilizar a indagação e assim a terá realmente assimilado (Polya, 1995, p. 3).

Não podemos esquecer que, enquanto uma arte, a RP compreende que existem diversas formas e meios para se resolver um problema. Trabalhar a Matemática por meio da RP implica criar em sala um processo de invenção e descoberta, com alternativas e probabilidades. Polya (1995, p.124) critica o ensino tradicional, que se caracteriza como mecânico e reproduzidor.

No ensino da Matemática, podem fazer-se necessários problemas rotineiros, até mesmo muito deles, mas deixar que os alunos nada mais façam é indesculpável. O ensino que se reduz ao desempenho mecânico de operações matemáticas rotineiras fica bem abaixo do nível do livro de cozinha, pois as receitas culinárias sempre deixam alguma coisa à imaginação e ao discernimento do cozinheiro, mas as receitas matemáticas não deixam nada disso a ninguém.

É a partir da compreensão do ensino por meio de problemas que o professor pode questionar a metodologia que utiliza no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Pensar como a RP pode ser conduzida em sala, implica definir o tipo de ensino que se deseja construir: repetitivo, mecânico e sem sentido ou investigativo, estratégico e com significado? Essa escolha é importante porque reflete diretamente no tipo de aluno que será formado.

Na busca por uma metodologia que corresponda a um ensino que priorize a investigação e a descoberta, sintetizamos no Quadro 2 as fases, principais ideias e questionamentos expressos por George Polya (1995) sobre o método de Resolução de Problemas.

Quadro 2: Lista das fases e indagações da RP de acordo com Polya

COMO RESOLVER UM PROBLEMA	
1ª fase: Compreensão do problema	<i>Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante?</i> É possível satisfazer a condicionante? A condicionante é suficiente para determinar a incógnita? É insuficiente? Redundante? Contraditória?
2ª fase: Estabelecimento de um plano	Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja necessário considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata. É preciso chegar ao final a um <i>plano</i> para a resolução. Já o viu antes? Já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma ligeiramente diferente? <i>Conhece um problema correlato?</i> Conhece um problema que lhe poderia ser útil? <i>Considere a incógnita!</i> Procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante. <i>Eis um problema correlato e já antes resolvido. É possível utilizá-lo?</i> É possível utilizar o seu resultado? É possível utilizar o seu método? Deve-se introduzir algum elemento auxiliar para tornar possível a sua utilização? É possível reformular o problema? É possível reformulá-lo ainda de outra maneira?

3ª fase: Execução do plano	Ao executar o seu plano de resolução, <i>verifique cada passo</i> . É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?
4ª fase: Verificação dos resultados obtidos	É possível <i>verificar o resultado</i> ? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?

Fonte: Polya (1995, p. XIII).

Poderíamos agora nos perguntar: como as fases da RP e a lista de indagações sugeridas podem ser utilizadas durante uma aula de Matemática? Polya (1995) sugere alguns problemas que poderiam estar presentes nas aulas de Matemática e aponta como podem ser encaminhados pelo professor não de modo mecânico ou repetitivo, mas sim exigindo originalidade, criatividade e reflexão.

88

Roberto tem 10 bolsos e 44 moedas. Ele quer colocar as moedas nos bolsos, mas de tal maneira distribuídas que em cada bolso fique um número diferente de moedas.

Será possível consegui-lo? (POLYA, 1995, p.164).

- Primeira fase: Compreenda o problema.

Se Roberto tivesse muitas moedas, naturalmente não teria nenhuma dificuldade em colocar nos bolsos moedas em quantidades diferentes. Sugere-se que se realize as perguntas: a) Qual a incógnita? (R: É possível a distribuição das moedas nos bolsos de modo diferente?) b) Quais são os dados? (R: 10 bolsos e 44 moedas); c) Qual é a condicionante? (R: Dois bolsos não podem ter o mesmo número de moedas).

- Segunda fase: Elabore um plano.

Realize as perguntas: a) Já vi esse problema antes? b) Consigo estabelecer relações? Se a resposta para as perguntas for “não”, esse é o momento de estabelecer relações com problemas auxiliares. Realize as perguntas: a) Já viu o mesmo problema apresentado sob uma forma diferente? b) Conhece um problema correlato?

Utilizaremos a pergunta: *É possível reformular o problema?* A resposta é sim. Mudaremos a incógnita e um dos dados, mas manteremos a condicionante. Observe:

Qual o menor número de moedas que pode ser colocado nos 10 bolsos, de modo que não fiquem dois bolsos com o mesmo número de moedas? (POLYA, 1995, p. 167).

Agora, com a mudança no enunciado do problema, a incógnita é o número de moedas que pode ser colocado em cada bolso. O menor número possível de moedas num bolso será, evidentemente, 0 (zero). O maior número seguinte será pelo menos 1 (um); e o seguinte, pelo menos 2 (dois)... e o número de moedas no último (décimo) bolso será pelo menos 9. Portanto, basta somar o número de moedas e encontraremos a resposta do problema.

- Terceira fase: Execute o plano.

Verifique cada passo. Realize as perguntas: a) É possível verificar claramente se o passo está correto? (R: Se todos os números possíveis estiverem na soma, sim); b) É possível demonstrar que ele está correto? (R: Sim, por meio da soma dos números). Portanto, o número mínimo de moedas será:

$$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45)$$

- Quarta fase: Confira o plano.

Realize as perguntas: a) É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? b) É possível verificar o resultado?

Se voltarmos ao problema original e distribuirmos as 44 moedas nos bolsos da maneira como realizamos no problema correlato, será possível perceber que faltarão moedas (incógnita do problema), pois o mínimo para suprir a condicionante é 45.

Foi possível, a partir do problema correlato (ou problema auxiliar), encontrar a resposta para os dois problemas. Podemos considerar que nesse processo estão envolvidas as importantes operações mentais de decomposição e recombinação que, de acordo com por Polya (1995), desenvolvem no aluno a capacidade de: a) atentar-se aos detalhes do problema (separar detalhes da condicionante); e b) recombinar elementos de uma nova maneira e até mesmo utilizar um problema auxiliar (como acabamos de fazer no exemplo acima).

Esse processo de resolução de um problema, bem como as explicações sobre cada momento, foi desenvolvido por Polya (1995) em “Problemas, indicações, soluções”, quarta parte do seu livro *How To Solve It*. Nessa parte, o autor apresenta: um problema, o caminho para resolvê-lo e a explicação de sua solução. O leitor tem, assim, a possibilidade de entender todo o processo de resolução do problema.

Dessa forma, podemos concluir que por meio do estudo da Resolução de Problemas de George Polya, um professor tem a possibilidade de aprimorar o ensino da Matemática, podendo estimular o desenvolvimento de operações mentais que são “tipicamente úteis na resolução de problemas” (Polya, 1995, p.146). Isto é, podem ser priorizados o processo de descoberta, intuição e imaginação que levam o aluno a resolver não só um problema matemático, mas qualquer problema que venha a enfrentar e que possa ser solucionado.

Deguire (1997) realizou estudos acerca desse método proposto pelo matemático e destaca que a capacidade de resolver um problema é uma importante característica da natureza humana que difere o homem dos demais animais, como Polya (1995) apontou:

Resolver problemas é uma atividade humana fundamental. De fato, a maior parte do nosso pensamento consciente relaciona-se com problemas. A não ser quando nos entregamos a meros devaneios ou fantasias, os nossos pensamentos dirigem-se para um fim, procuramos meios, procuramos resolver um problema (Polya, 1995, p. 139).

Sendo assim, a RP acompanha o ser humano em toda a sua história, colocando-o em movimento diante de suas necessidades, exigindo pensamento lógico, estratégico e criativo que precisou ser passado de geração em geração.

Com base nessas considerações feitas por Polya, primeiro matemático a investigar a RP, podemos estabelecer relações com as teorias pedagógicas que também objetivam a formação desse homem criativo, estratégico e capaz de solucionar problemas por meio da apropriação do conhecimento na escola. Relacionar essa metodologia a uma teoria pedagógica é uma forma de buscarmos um modo geral de organização do ensino que leve em consideração os aspectos mais amplos da ação educativa.

Por que a Resolução de Problemas no ensino da matemática?

A RP é um método que pode promover o desenvolvimento do sujeito, quando bem conduzido em sala de aula. Rubtsov (1996) ressalta o papel do método no processo de ensino para a promoção da aprendizagem, bem como da adoção de uma atitude teórica.

[...] a adoção de uma atitude teórica diante da realidade e o emprego de meios apropriados para adquirir os conhecimentos teóricos são considerados uma necessidade específica e um motivo suficiente para o aprendizado. Essa é a razão pela qual a aquisição de um método teórico geral, visando à resolução de uma série de problemas concretos e práticos, concentrando-se naquilo que eles têm em comum e não na resolução específica de um entre eles, constitui-se numa das características mais importantes do problema de aprendizagem (Rubtsov, 1996, p. 131).

Para o autor, ao propormos um problema de aprendizagem, criamos no aluno a necessidade de aplicação de um método para se chegar à solução (Rubtsov, 1996). O problema de aprendizagem pode desenvolver no aluno a capacidade de analisar diferentes problemas elaborando uma forma geral que lhe permita solucionar os desafios e, por meio dessa forma geral, o levar a compreender diversas situações em seus diferentes aspectos e condicionantes. Esse movimento desenvolve ações mentais e, conseqüentemente, métodos intelectuais, colocando o aluno em um papel ativo na escola.

[...] quando se trata da atividade de aprendizagem, então, estes processos de aquisição tornam-se o objetivo direto e o problema a ser resolvido por essa atividade (Rubtsov, 1996, p. 130).

Portanto, para conduzir a RP no processo de ensino, é preciso considerar como o aluno aprende a trabalhar com problema de aprendizagem. Esse processo não é linear, pois durante o processo de resolução o aluno passa por diferentes momentos, muitas vezes necessitando retornar a um momento ou fase anterior para chegar à solução. Em cada fase de resolução, o aluno desenvolve novas percepções e aprendizagens juntamente com as já adquiridas – necessárias naquele processo – resultando, assim, em momentos de regressão e progresso.

Parece-nos que isso resulta da compreensão de que o processo desencadeado na resolução de problemas alcança níveis de

complexidade muito próximos daqueles envolvidos num processo de aprendizagem (Moisés, 1999, p. 51-52).

Apesar disso, segundo Moisés (1999), são necessários estudos que evidenciem a utilização da Resolução de Problemas em sala de aula destacando orientações didáticas claras para o professor. Documentos oficiais também demonstram essa preocupação em estudar como a RP deve ser conduzida no ensino. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN),

[...] as orientações sobre a abordagem de conceitos, ideias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas; outras vezes a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução conhecidas pelos alunos (Brasil, 1997, p. 22).

O documento afirma que a RP é uma orientação para a aprendizagem e, portanto, possibilita um ensino da Matemática que desencadeie o desenvolvimento intelectual. Isso é possível porque esse método envolve o aluno não só na busca pela resposta, mas também pelos caminhos e pelas ações mentais que se estabelecem no processo de resolução. As Diretrizes Curriculares Nacionais também reafirmam a importância dessa metodologia, destacando:

A resolução de problemas possibilita compreender os argumentos matemáticos e ajuda a vê-los como um conhecimento passível de ser apreendido pelos sujeitos do processo de ensino e aprendizagem [...]. Cabe ao professor assegurar um espaço de discussão no qual os alunos pensem sobre os problemas que irão resolver, elaborem uma estratégia, apresentem suas hipóteses e façam o registro da solução encontrada ou de recursos que utilizaram para chegarem ao resultado. Isso favorece a formação do pensamento matemático, livre do apego às regras (Brasil, 2008, p. 63).

De acordo com o documento, é por meio da Resolução de Problemas que o aluno compreende que em diversas áreas do conhecimento existem situações matemáticas e que essas auxiliam o homem em suas atividades (Brasil, 2008). Dessa maneira, é possível ver a Matemática como construção histórica e dinâmica, capaz de oferecer ao aluno a possibilidade de analisar o objeto matemático.

Pautando-nos pela Teoria Histórico-Cultural, a qual defende que é pelo processo de aprendizagem e desenvolvimento que o homem participa da coletividade e desenvolve suas máximas capacidades psíquicas, apresentamos a seguir considerações e orientações didáticas que podem auxiliar no trabalho em sala de aula, buscando assegurar aos alunos o sentido dos conceitos trabalhados.

Princípios e Orientações Didáticas sobre a Resolução de Problemas

Para compreender o método de RP buscamos, com base na perspectiva Histórico-Cultural, relacioná-lo com a promoção do desenvolvimento de ações mentais no aluno. A escolha pela Teoria Histórico-Cultural se justifica pela concepção de que o desenvolvimento psíquico decorre da aprendizagem que atua na zona de desenvolvimento próximo do aluno. Em outras palavras, podemos dizer que o desenvolvimento é possível após a aprendizagem que ocorre somente quando o aluno consegue ir, com o auxílio do professor, além do processo de desenvolvimento e de maturação já estabelecidos.

93

A área de desenvolvimento potencial permite-nos, pois, determinar os futuros passos da criança e a dinâmica do seu desenvolvimento e examinar não só o que o desenvolvimento já produziu, mas também o que produzirá no processo de maturação (Vigotski, 2016, p. 113).

Observamos que o professor, ao mediar as ações com o conhecimento matemático e tendo como foco na zona de desenvolvimento próximo do aluno, consegue estabelecer possíveis novos conteúdos a serem trabalhados. Pois a zona de desenvolvimento próximo, segundo Junior e Onuchic (2015, p. 961), “[...] engloba tudo aquilo que o sujeito não consegue realizar sozinho, mas que terá êxito ao obter o auxílio de alguém que o saiba fazer”. Segundo Vigotski (2016), esse processo de mediação ocorre de maneira coletiva e social.

Todas as funções psicointelectuais superiores aparecem duas vezes no decurso do desenvolvimento da criança: a primeira vez, nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções intersíquicas; a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, como funções intrapsíquicas (Vigotski, 2016, p.114).

Compreendemos então a importância das relações e mediações realizadas no processo de aprendizagem, que, atuando sobre a zona de desenvolvimento próximo, contribuem para o desenvolvimento intelectual. Segundo Onuchic (2015), nessa concepção, os alunos participam efetivamente do seu processo de aprendizagem, são “coautores” (p. 959) e os professores, mediadores por meio das atividades de ensino. Portanto, a necessidade de envolver o aluno de maneira ativa, por meio da descoberta e criação de possibilidades e caminhos, na interação com o contexto no qual o conhecimento está sendo apresentado a ele é algo que precisa ser bem estruturado na escola.

O ensino por problemas, na perspectiva da teoria histórico-cultural, privilegia a formação de conceitos como processo básico que influencia na formação de novas estruturas de pensamento. Formar conceitos requer do aluno que ele identifique a origem da construção teórica de um objeto de estudo e as relações, funções e contradições que o envolvem. O aluno adquire o conhecimento científico, mas, sobretudo, apropria-se do processo investigativo e criador, empreendido pelas pessoas em sua produção (Freitas, 2012, p. 413).

94

Nessa direção, Rubtsov (1996) aponta que uma das principais ações de aprendizagem na Resolução de Problemas é a aquisição da forma geral, ou seja, de um modelo de ação que seja transformado em base para outros problemas. De acordo com o autor, essa aquisição é entendida como resultado da resolução de um problema de aprendizagem, que “está estreitamente ligado ao [conceito] de ação cognitiva, a qual se caracteriza principalmente pelo modo de analisar um objeto” (Rubtsov, 1996, p. 133). A RP é um

[...] Procedimento que resulta na transformação do aluno em si, através de uma autotransformação, uma vez que ele modifica, então, os modos de funcionamento e de regulação das suas próprias ações e adquire novos modos de orientação das suas ações no interior do sistema de situações que o cerca (Rubtsov, 1996, p. 133).

Em outras palavras, o conhecimento de um problema em que ocorra o desenvolvimento e aprendizagem do aluno acontece por meio da apropriação de um modo de resolução que pode ser generalizado para todos os demais.

Polya (1995) defende como um dos princípios dessa metodologia a busca pela autonomia do aluno, de maneira que ele se torne um solucionador de problemas inteligente,

sendo, pouco a pouco, capaz de estabelecer relações entre problemas correlatos, utilizando indagações em cada fase da resolução, até que não necessite mais do auxílio do professor. Rubtsov (1996) aponta algumas considerações a respeito desse assunto ao afirmar que,

No princípio, muitas das operações serão efetuadas ou sugeridas pelo pedagogo. Porém, pouco a pouco, o aluno se tornará cada vez mais independente, adquirindo uma real aptidão para a aprendizagem (Rubtsov, 1996, p.133-134).

Vigotski (2016) alerta que essa gradual independência no processo de aprendizagem representará o nível de desenvolvimento efetivo, ou zona de desenvolvimento real do educando.

Entendemos por isso o nível de desenvolvimento das funções psicointelectuais da criança que se conseguiu como resultado de um específico processo de desenvolvimento já realizado (Vigotski, 2016, p. 111).

Portanto, a aprendizagem é alcançada quando parte do nível de desenvolvimento já estabelecido e promove novas aprendizagens possibilitando ao aluno autonomia, atuando em níveis nos quais o desenvolvimento ainda não foi estabelecido, ou seja, alcança a zona de desenvolvimento próximo (ZDP) da criança. Vigotski (2016, p. 114) destaca que “o único bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento”. Então, de que maneira o professor pode potencializar a capacidade do aluno em resolver problemas? Como promover esse bom ensino tendo como metodologia a RP?

Vygotsky (1998 apud Chaiklin, 2011) sugere que no processo de resolução se façam algumas “perguntas-guia” ao aluno.

Nós mostramos à criança como um problema como esse deve ser resolvido e esperamos para ver se ela pode resolver o problema imitando a demonstração; ou então começamos a resolver o problema e pedimos à criança que termine; ou, ainda, propomos que a criança resolva o problema que está além de sua idade mental em cooperação com outra criança mais desenvolvida; ou, finalmente, explicamos à criança o princípio para a solução do problema, fazendo perguntas-guia, analisando o problema para ela [...] (Vygotsky, 1998 apud Chaiklin, 2011, p. 670).

Para Vigotski (2016), os diferentes momentos e níveis de intervenção do professor são estabelecidos conforme se identifica e se potencializa a ZDP. O professor deve atuar na ZDP ao propor problemas aos alunos.

Em termos mais gerais, a ideia de zona de desenvolvimento próximo pretende dirigir a atenção à ideia de que a instrução/ensino (*obuchenie*) deve estar focada não nas funções psicológicas já existentes, mas nas funções em desenvolvimento, que são relevantes para o desenvolvimento intelectual geral em direção ao próximo período etário (Chaiklin, 2011, p. 671).

As orientações feitas para o trabalho com a RP referem-se a esse momento do desenvolvimento do aluno. O caminho para a resolução de um problema revela a passagem de determinada aprendizagem do nível de desenvolvimento próximo para o nível de desenvolvimento real.

Rubtsov (1996) aponta a necessidade de que o professor seja parceiro de seus alunos de maneira a ensiná-los, quando eles ainda não possuem domínio do conteúdo, para que assim eles possam, progressivamente, ir tomando consciência dos processos e ações mentais realizadas. “Conscientizem-se dos meios de que dispõem para sua atividade e aprendam a avaliar as suas possibilidades de realização, por ocasião da resolução de um problema” (Rubtsov, 1996, p. 134).

No processo da resolução do problema, o aluno buscará compreender e chegar à descoberta por meio de sua relação com o professor e com o conteúdo em diferentes momentos.

O que os alunos precisam descobrir, principalmente, não é a solução imediata do problema, mas as condições de origem do conceito que estão aprendendo, o qual, inclusive, servirá para a resolução, mas servirá, sobremaneira, para que adquiram um modo de pensamento (Freitas, 2012, p. 413).

Para a autora, no ensino desenvolvimental, o problema se caracteriza por seu caráter investigativo, mais que pela sua solução. O problema possui uma relação íntima com o “movimento de pensamento que se espera do aluno e com a constituição de um método para lidar com o objeto, em distintas e diversificadas situações” (Freitas, 2012, p. 413). Nesse sentido, revela-se o papel do professor:

A importância que vemos na explicitação dos passos da criação conceitual, ou na solução de problemas, é que de posse dela o educador pode tornar-se um elemento de referência para os educandos. Ele desempenha papel de orientador consciente na complexa dinâmica de resolver problemas. A conscientização dos referidos passos, na dinâmica de criação conceitual, torna o professor um parceiro ativo de seus educandos. Para nós, configura-se aqui um dos critérios fundamentais na caracterização de atividades de ensino como atividades orientadoras (Moisés, 1999, p. 123).

Portanto, fica evidente o papel desempenhado pelo professor por meio de ações orientadoras de ensino no processo de aprendizagem escolar e de desenvolvimento intelectual. Essas atividades orientadoras potencializam o principal ponto abordado na RP: as ações mentais no momento da investigação, da busca e análise estratégica da resolução, da utilização de métodos intelectuais e da construção do resultado da solução.

Podemos concluir que, quando se adota a RP, são criadas possibilidades que podem estimular o trabalho ativo de busca por algo que não está ao alcance nesse momento, mas que pode ser descoberto por meio de ações sistematizadas e intencionais de ensino. Ao trabalhar com a RP, enquanto uma metodologia de ensino, temos a possibilidade de reforçar e evidenciar o papel da escola e do trabalho do professor no processo de humanização do homem.

97

Considerações Finais

Os estudos realizados acerca da RP no ensino da Matemática evidenciam a existência de muitos desafios e lacunas sobre como o mesmo deve ser conduzido nas escolas. Portanto, a busca por orientações e princípios didáticos claros e objetivos faz-se necessária e não pode parar por aqui. Esta pesquisa, além de apresentar princípios e orientações didáticas para a Resolução de Problemas no ensino da Matemática, evidenciou a preocupação – que, como educadores, não podemos esquecer – com o processo de aprendizagem e desenvolvimento intelectual do aluno.

Criar situações que potencializem o desenvolvimento no aluno da capacidade de analisar diferentes problemas, elaborar uma forma geral que lhe permita solucionar os desafios e compreender diversas situações em seus diferentes aspectos e condicionantes é um desafio aos educadores. É preciso, ao trabalhar com a RP, desenvolver ações mentais que concedam ao aluno um papel ativo na escola.

Sabemos que este trabalho não se esgota aqui, pois muito ainda precisa ser investigado. As análises e constatações feitas na pesquisa servem de estímulo à docência e à organização do ensino de Matemática, já que não se pode deixar de promover na escola a formação do homem por meio da organização de ações de ensino. Essa formação está diretamente relacionada ao desenvolvimento intelectual e à apropriação do conhecimento científico.

A RP como um método de ensino pode despertar no aluno o interesse pelo conhecimento, levando-o a elaborar estratégias e descobertas e não apenas a utilizar e aplicar mecanicamente fórmulas e técnicas. Potencializar meios e recursos para que o aluno pense sobre qual operação utilizar na resolução, criando um movimento de descoberta e investigação, é uma possibilidade teórico-metodológica para a organização do ensino de Matemática.

Referências

BAILIEIRO, Inocêncio Fernandes. **Arquimedes, Pappus, Descartes e Polya** – Quatro Episódios da História da Heurística. 2004. 217 p. Tese (Doutorado em Ensino e seus Fundamentos Filosófico-Científicos) – Rio Claro: IGCE – UNESP, 2004.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). Matemática**. Ensino Fundamental. Ensino de primeira à quarta série. I. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica. Matemática**. Secretaria de Estado da Educação do Paraná. 2008. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_mat.pdf>. Acesso em: 27 ago. 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/docman/julho-2013-pdf/13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf/file>>. Acesso em: 10 jun. 2017.

CHAIKLIN, Seth. A zona de desenvolvimento próximo na análise de Vigotski sobre aprendizagem e ensino. Tradução: Juliana Campregheer Pasquali. **Psicologia em Estudo**: Maringá, v. 16, n. 4, out./dez. 2011. p. 659-675.

DEGUIRE, Linda J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997, p. 99-113.

Dicionário Etimológico: etimologia e origem das palavras. Disponível em: <<https://www.dicionarioetimologico.com.br/arte/>>. Acesso em: 18 jun. 2018.

FERREIRA. Aurélio Buarque de Holanda. **Mini Aurélio**: O dicionário da Língua Portuguesa. Curitiba: Positivo, 2010.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Revista Zetetike**, Campinas, ano 3, n. 4, p. 1-38, 1995.

FREITAS, Raquel Aparecida Marra da Madeira. Ensino por problemas: uma abordagem para o desenvolvimento do aluno. São Paulo: **Educação e Pesquisa**, v. 38, n. 2, p. 403-418, abr./jun. 2012.

JUNIOR, Luiz Carlos Leal; ONUCHIC, Loures de la Rosa. Ensino e Aprendizagem de matemática através da Resolução de Problemas como prática sociointeracionista. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 955-978, dez. 2015.

MOISÉS, Roberto Perides. **A Resolução de problemas na perspectiva Histórico/Lógica: o problema em movimento**. 1999. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?** Passo Fundo: Espaço Pedagógico. v. 20, n. 1, p. 88-104, jan./jun. 2013. Disponível em: <<http://www.upf.br/seer/index.php/rep>>. Acesso em: 11 jun. 2019.

POLYA, George. **How To Solve It: a new aspect of mathematical method**. Second Edition. New Jersey: Princeton University Press, 1957.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 1. reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RODRIGUES, Cleide Oliveira; SANTOS, Sandra da Silva; SOUZA, Thaís Maia Galvão de. Metodologia da resolução de problemas: uma prática viável para o ensino de matemática. **III CONEDU: Congresso Nacional de Educação**, Natal-RN, 2016.

RUBTSOV, Vitaly. A atividade de aprendizado e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, Catherine; BEDNARZ, Nadine; ULANOVSKAYA, Irina. **Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista. Escolas russa e ocidental**. Tradução: Eunice Gruman. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 129-137.

VIGOTSKI, Lev Semyonovich. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In: VIGOTSKI, Lev Semyonovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alexei Nikolaevich. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 14 ed. São Paulo: Ícone, 2016, p. 103- 118.